

## Übungsblatt 8

### Aufgabe 8.1

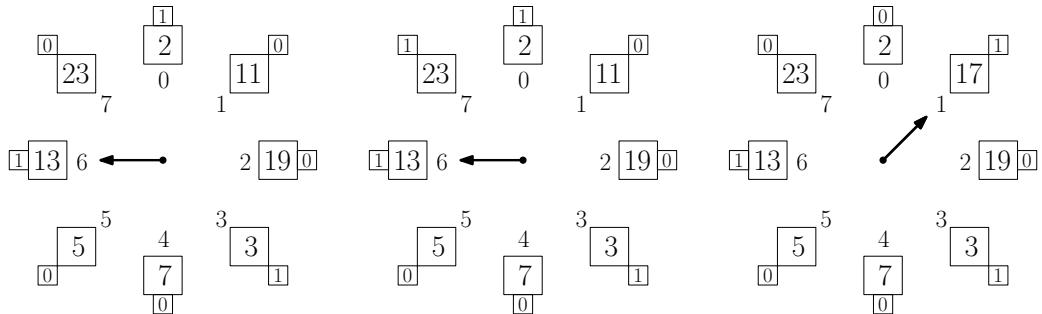
Beweisen Sie die folgenden drei Aussagen über Paging-Algorithmen:

- (a) LIFO ist kein Markierungsalgorithmus.
- (b) FIFO ist kein Markierungsalgorithmus.
- (c) FIFO ist  $k$ -kompetitiv.

### Aufgabe 8.2

Der Paging-Algorithmus CLOCK verwaltet die Cache-Seiten in einer zyklischen *Queue*. Jede einzelne ist mit einem *Used-Bit* ausgestattet. Es gibt einen Zähler, der auf die letzte Seite zeigt, die in den Cache geladen wurde. Sobald auf eine Seite zugegriffen wird, wird ihr Used-Bit auf 1 gesetzt. Bei einem Seitenfehler wird der Zähler um eins erhöht und der Algorithmus sucht ab dieser Stelle eine Seite, deren Used-Bit 0 ist. Die Used-Bits aller bis dahin betrachteten Seiten werden auf 0 gesetzt.

- (a) Zeigen Sie, dass CLOCK kein Markierungsalgorithmus ist.
- (b) Zeigen Sie, dass CLOCK  $k$ -kompetitiv ist.



**Abbildung 1:** Veranschaulichung des CLOCK-Algorithmus; *links*: Situation zu einem willkürlichen Zeitpunkt - Seite 13 wurde als letzte in den Cache geladen; *Mitte*: Zugriff auf Seite 23, die bereits im Cache ist - Used-Bit wird auf 1 gesetzt; *rechts*: Zugriff auf Seite 17, also Seitenfehler - der Zähler wird von 6 über 7 und 0 auf 1 bewegt, wo das Used-Bit das erste Mal 0 ist.

### Aufgabe 8.3

Sei  $A$  ein Markierungsalgorithmus für einen Cache der Größe  $k$ . Wir wollen die durch  $A$  verursachten Kosten mit den Kosten eines optimalen Paging-Algorithmus, dem nur ein Cache der Größe  $h \leq k$  zur Verfügung steht, vergleichen. Zeigen Sie, dass für eine geeignete Konstante  $\tau$

$$w_A(\sigma) \leq \frac{k}{k-h+1} \cdot \text{OPT}_h(\sigma) + \tau$$

für alle Sequenzen  $\sigma$  gilt.

## Aufgabe 8.4

Beweisen Sie, dass kein deterministischer Online-Algorithmus für das BIN PACKING-Problem besser als  $4/3$ -kompetitiv ist.

**Hinweis:** Betrachten Sie die Sequenz  $\sigma$  der Länge  $2m$  für beliebiges  $m \in \mathbb{N}$ . Die ersten  $m$  Einträge der Sequenz betragen  $1/2 - \epsilon$ . Die letzten  $m$  Einträge sind gegeben durch  $1/2 + \epsilon$ . Betrachte Sie zunächst die verkürzte Sequenz  $\sigma'$  bestehend aus den ersten  $m$  Einträgen von  $\sigma$ . Nehmen Sie an, dass der Online-Algorithmus hier  $b$  Eimer befüllt.