

Übungsblatt 4

Aufgabe 4.1

Gegeben sei eine 3-CNF Formel π , also eine Formel in konjunktiver Normalform mit genau 3 Literalen in jeder Klausel. Das Problem MAX3SAT sucht nach einer Belegung der Literale, die die Anzahl erfüllter Klauseln maximiert. Finden Sie einen deterministischen Approximationsalgorithmus mit Approximationsfaktor $1/2$ für das MAX3SAT-Problem.

Aufgabe 4.2

Finden Sie einen randomisierten Approximationsalgorithmus mit Approximationsfaktor $7/8$ für das MAX3SAT-Problem.

Aufgabe 4.3

Wir wollen in dieser Aufgabe den randomisierten Algorithmus RANDMAXCUT für das Maximum-Cut Problem mithilfe von bedingten Erwartungswerten derandomisieren. Für eine Menge $S \subseteq V$ bezeichne dabei $w(S)$ den Wert des Schnittes $(S, V \setminus S)$, d. h. $w(S) = \sum_{x \in S} \sum_{y \in V \setminus S} w(x, y)$. Im folgenden Pseudocode bezeichne S eine uniform zufällig gewählte Teilmenge der Knoten aus V .

Algorithm 1 MaxCut

```
 $S_0 := \emptyset, T_0 := \emptyset.$ 
for  $v \in V$  do
  if  $\mathbf{E}[w(S) \mid S_{i-1} \cup \{v\} \subset S, T_{i-1} \subset V \setminus S] > \mathbf{E}[w(S) \mid T_{i-1} \cup \{v\} \subset V \setminus S, S_{i-1} \subset S]$  then
     $S_i = S_{i-1} \cup \{v\}, T_i = T_{i-1}$ 
  else
     $T_i = T_{i-1} \cup \{v\}, S_i = S_{i-1}$ 
  end if
end for
return  $S_{|V|}$ 
```

- Zeigen Sie, dass dieser Algorithmus einen Approximationsfaktor von $1/2$ erreicht.
- Zeigen Sie, dass der Vergleich in Zeile 3 effizient durchgeführt werden kann.

Aufgabe 4.4

Derandomisieren Sie Ihren Approximationsalgorithmus aus Aufgabe 4.2 mithilfe der Methode der bedingten Erwartungswerte.