Prof. Dr. Heiko Röglin
Alexander Göke
Dr. Andreas Tönnis
Institut für Informatik

Übungsblatt 7

Aufgabe 7.1

Zeigen Sie, dass eine Instanz des Set-Cover-Problems immer auch als Instanz des Facility-Location-Problems ohne Kapazitäten aufgefasst werden kann.

Aufgabe 7.2

Für eine Instanz des Facility-Location-Problems sei y_i^* für $i \in F$ eine optimale Belegung der Variablen y_i des relaxierten LP aus der Vorlesung. Betrachten Sie den Algorithmus, welcher mit Wahrscheinlichkeit y_i^* den Standort i eröffnet. Sollte dabei kein Standort eröffnet sein, öffnet der Algorithmus uniform zufällig einen der Standorte. Zeigen Sie, dass der Approximationsfaktor für diesen Algorithmus nicht nach oben beschränkt werden kann.

Aufgabe 7.3

Für Scheduling auf allgemeinen Maschinen betrachten wir das lineare Programm LP_T aus der Vorlesung. Wie in der Vorlesung definieren wir T^* als das minimale T für das LP_T eine Lösung besitzt.

(a) Zeigen Sie, dass auf Instanzen mit nur einem Job und m Maschinen stets gilt $T^* = \text{OPT}$.

(b) Finden Sie ein Beispiel, bei dem T^* im Verhältnis zu OPT möglichst klein wird.

Aufgabe 7.4

Zeigen Sie, dass Vektorprogramme, die zusätzliche Nebenbedingungen der Form $x \in [a, b]^n$ für beliebige $a, b \in \mathbb{R}$ erlauben, unter der Voraussetzung $\text{P} \neq \text{NP}$ nicht in polynomieller Laufzeit gelöst werden können.

Gehen Sie hierzu wie folgt vor: Betrachten Sie das Vertex-Coloring-Problem, bei dem wir für einen gegebenen Graphen $G = (V, E)$ eine Knotenfärbung $f : V \to \{1, \ldots, k\}$ mit minimalem $k \in \mathbb{N}$ suchen, wobei $f(v) \neq f(w)$ für jede Kante $e = (v, w) \in E$ gelten muss. Dieses Problem ist NP-schwer. Geben Sie ein Vektorprogramm mit den zusätzlich erlaubten Bedingungen an, welches das Problem beschreibt. Erzeugen Sie dann aus einer Lösung dieses Programms eine exakte Lösung des Vertex-Coloring-Problems in polynomieller Laufzeit.