Prof. Dr. Heiko Röglin
Alexander Göke
Dr. Andreas Tönnis
Institut für Informatik

Übungsblatt 3

Aufgabe 3.1

Betrachten Sie das Problem Scheduling auf identischen Maschinen mit zwei Maschinen. Entscheiden Sie, ob es ein FPTAS für dieses Problem gibt und begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 3.2

Beweisen Sie folgende Aussage unter der Voraussetzung $\mathrm{P} \neq \mathrm{NP}$: Wenn für ein Minimierungsproblem Π mit ganzzahligen Zielfunktionswerten bereits das zugehörige Entscheidungsproblem mit konstanter Kostenschranke k (also das Problem, zu entscheiden, ob es eine Lösung mit Wert höchstens k gibt) NP-schwer ist, dann kann kein Approximationsalgorithmus für Π einen Approximationsfaktor kleiner als $\frac{k+1}{k}$ haben.

Aufgabe 3.3

Für eine Menge S und ein Element v sei die symmetrische Differenz $S\Delta v$ definiert als $S \setminus \{v\}$ falls $v \in S$ und als $S \cup \{v\}$ falls $v \notin S$. Folgender Algorithmus berechnet für einen ungerichteten Graphen $G = (V, E)$ mit Gewichten $w : E \to \mathbb{N}$ einen Schnitt $(S, V \setminus S)$. Für eine Menge $S \subseteq V$ bezeichne dabei $w(S)$ den Wert des Schnittes $(S, V \setminus S)$, d. h. $w(S) = \sum_{x \in S} \sum_{y \in V \setminus S} w(x, y)$.

Algorithm 1 LocalImprovement

$S := \emptyset$
while $\exists v \in V : w(S\Delta v) > w(S)$ **do**
  $S := S\Delta v$
end while
return $(S, V \setminus S)$

Beweisen Sie, dass der Algorithmus LocalImprovement eine pseudopolynomielle Laufzeit besitzt und stets eine 2-Approximation für das Maximum-Cut Problem liefert.

Aufgabe 3.4

Wir betrachten eine Variante des Problems Scheduling auf identischen Maschinen. Dabei sei die Maschinenzahl $m = 3$ und für einen gegebenen Schedule π bezeichne $L_i(\pi)$ die Ausführungszeit von Maschine i. Unser Ziel ist es, die Summe der Quadrate $L_1^2(\pi) + L_2^2(\pi) + L_3^2(\pi)$ zu minimieren. Entwerfen Sie ein PTAS für dieses Problem und beweisen Sie dessen Korrektheit.