

---

## Inhalt

<b>1</b>	<b>Grundlagen</b>	1
1.1	Einführung	1
1.2	Ein paar Grundbegriffe	6
1.2.1	Topologie	6
1.2.2	Graphentheorie	12
1.2.3	Geometrie	21
1.2.4	Komplexität von Algorithmen	29
1.2.5	Suchbäume	36
1.2.6	Untere Schranken	39
	Lösungen der Übungsaufgaben	49
	Literatur	57
<b>2</b>	<b>Das Sweep-Verfahren</b>	61
2.1	Einführung	61
2.2	Sweep im Eindimensionalen	62
2.2.1	Das Maximum einer Menge von Objekten	62
2.2.2	Das dichteste Paar einer Menge von Zahlen	63
2.2.3	Die maximale Teilsumme	64
2.3	Sweep in der Ebene	67
2.3.1	Das dichteste Punktpaar in der Ebene	67
2.3.2	Schnittpunkte von Strecken	74
2.3.3	Die untere Kontur — das Minimum von Funktionen	89
2.3.4	Der Durchschnitt von zwei Polygonen	99
2.4	Sweep im Raum	103
2.4.1	Das dichteste Punktpaar im Raum	103
	Lösungen der Übungsaufgaben	107
	Literatur	115
<b>3</b>	<b>Geometrische Datenstrukturen</b>	117
3.1	Einführung	117
3.2	Mehrdimensionale Suchbäume	120

3.2.1	Der KD–Baum . . . . .	121
3.2.2	Symbolische Perturbation von Punkten in spezieller Lage . . . . .	127
3.2.3	Der Bereichsbaum . . . . .	131
3.2.4	Der Prioritätssuchbaum . . . . .	135
3.2.5	KD–Bäume für höherdimensionale Daten* . . . . .	141
3.3	Dynamische Datenstrukturen . . . . .	144
3.3.1	Wegwerfdynamisierung . . . . .	145
3.3.2	Die logarithmische Methode* . . . . .	148
3.3.3	Anwendungen der logarithmischen Methode* . . . . .	157
3.3.4	Ausgewogene Suchbäume* . . . . .	160
3.3.5	Anwendungen ausgewogener Suchbäume* . . . . .	166
	Lösungen der Übungsaufgaben . . . . .	169
	Literatur . . . . .	175
<b>4</b>	<b>Durchschnitte, Zerlegungen und Sichtbarkeit</b> . . . . .	<b>177</b>
4.1	Die konvexe Hülle ebener Punktmengen . . . . .	177
4.1.1	Präzisierung des Problems und untere Schranke . . . . .	178
4.1.2	Inkrementelle Verfahren . . . . .	181
4.1.3	Ein einfaches optimales Verfahren . . . . .	189
4.1.4	Der Durchschnitt von Halbebenen . . . . .	192
4.2	Triangulationen einfacher Polygone . . . . .	197
4.3	Die Trapezzerlegung geometrischer Graphen . . . . .	204
4.3.1	Das Problem der Punktlokalisierung . . . . .	204
4.3.2	Die Trapezzerlegung . . . . .	206
4.3.3	DAGs zur Punktlokalisierung . . . . .	207
4.3.4	Zu erwartende Kosten . . . . .	212
4.3.5	Kosten mit hoher Wahrscheinlichkeit* . . . . .	214
4.3.6	Schnelle Triangulierung einfacher Polygone* . . . . .	218
4.4	Das Sichtbarkeitspolygon . . . . .	224
4.4.1	Verschiedene Sichten im Inneren eines Polygons . . . . .	225
4.4.2	Das Kunstmuseum-Problem . . . . .	227
4.4.3	Die VC-Dimension einer Kunstmuseum* . . . . .	230
4.5	Der Kern eines einfachen Polygons . . . . .	237
4.5.1	Die Struktur des Problems . . . . .	238
4.5.2	Ein optimaler Algorithmus . . . . .	244
	Lösungen der Übungsaufgaben . . . . .	247
	Literatur . . . . .	255
<b>5</b>	<b>Voronoi-Diagramme</b> . . . . .	<b>257</b>
5.1	Einführung . . . . .	257
5.2	Definition und Struktur des Voronoi-Diagramms . . . . .	259
5.3	Anwendungen . . . . .	266
5.3.1	Das Problem des nächsten Postamts . . . . .	267
5.3.2	Die Bestimmung aller nächsten Nachbarn . . . . .	267
5.3.3	Der minimale Spannbaum . . . . .	269

5.3.4	Der größte leere Kreis . . . . .	272
5.4	Die Delaunay-Triangulation . . . . .	277
5.4.1	Definition und elementare Eigenschaften . . . . .	277
5.4.2	Die Maximalität der kleinsten Winkel . . . . .	280
5.5	Zwei Variationen . . . . .	284
5.5.1	Die Manhattan-Metrik $L_1$ . . . . .	284
5.5.2	Das Voronoi-Diagramm von Strecken . . . . .	285
5.5.3	Planung kollisionsfreier Bahnen für Roboter . . . . .	291
	Lösungen der Übungsaufgaben . . . . .	297
	Literatur . . . . .	303
<b>6</b>	<b>Berechnung des Voronoi-Diagramms</b> . . . . .	305
6.1	Die untere Schranke . . . . .	306
6.2	Inkrementelle Konstruktion . . . . .	308
6.2.1	Aktualisierung der Delaunay-Triangulation . . . . .	308
6.2.2	Lokalisierung mit dem Delaunay-DAG . . . . .	313
6.2.3	Randomisierung . . . . .	318
6.3	Sweep . . . . .	322
6.3.1	Die Wellenfront . . . . .	323
6.3.2	Entwicklung der Wellenfront . . . . .	326
6.3.3	Der Sweep-Algorithmus für $V(S)$ . . . . .	327
6.4	Divide-and-Conquer . . . . .	330
6.4.1	Mischen von zwei Voronoi-Diagrammen . . . . .	331
6.4.2	Konstruktion von $B(L, R)$ . . . . .	333
6.4.3	Das Verfahren divide-and-conquer für $V(S)$ . . . . .	338
6.5	Geometrische Transformation . . . . .	340
	Lösungen der Übungsaufgaben . . . . .	345
	Literatur . . . . .	351
<b>7</b>	<b>Weiterführende Ergebnisse</b> . . . . .	353
7.1	Nichteuklidische Abstandsmaße für Punkte . . . . .	353
7.1.1	Konvexe Distanzfunktionen . . . . .	354
7.1.2	Metriken ohne Translationsinvarianz . . . . .	358
7.1.3	Additive und multiplikative Gewichte . . . . .	360
7.1.4	Power-Diagramme . . . . .	366
7.1.5	Diagramme höherer Ordnung . . . . .	367
7.1.6	Die Drehdistanz . . . . .	369
7.2	Abstrakte Voronoi-Diagramme* . . . . .	371
7.2.1	Definitionen und Axiome . . . . .	371
7.2.2	$V(S)$ als Punktmenge . . . . .	373
7.2.3	$V(S)$ als Graph . . . . .	378
7.2.4	Konstruktion von $V(S)$ . . . . .	382
7.2.5	Anwendungen und Variationen . . . . .	384
7.3	Approximative Suche mit dem LKD-Baum* . . . . .	385
7.3.1	Die Baumstruktur . . . . .	386

7.3.2	Bereichsanfragen mit Rechtecken und Quadraten . . . . .	387
7.3.3	Approximative Bereichsanfragen mit Kreisen . . . . .	390
7.3.4	Nächste-Nachbarn-Suche . . . . .	392
7.3.5	Dynamisierung . . . . .	397
7.3.6	Alternativen zum LKD-Baum . . . . .	398
7.4	Flächenfüllende Kurven* . . . . .	399
7.4.1	Hüllkörperhierarchien . . . . .	399
7.4.2	Pólyas dreieckfüllende Kurve . . . . .	400
7.4.3	Dehnungskonstante . . . . .	404
7.4.4	Anfragen in der Hüllkörperhierarchie . . . . .	406
7.4.5	Approximation der kürzesten Rundreise . . . . .	409
7.4.6	Weitere Kurven und Anwendungen . . . . .	411
7.5	Ähnlichkeitsberechnung von polygonalen Kurven in der Ebene . . . . .	412
7.5.1	Definitionen von Ähnlichkeit . . . . .	413
7.5.2	Fréchet-Abstand — das Entscheidungsproblem . . . . .	416
7.5.3	Fréchet-Abstand — das Optimierungsproblem* . . . . .	420
7.5.4	Hausdorff-Abstand* . . . . .	425
7.6	Bewegungsplanung bei unvollständiger Information . . . . .	428
7.6.1	Ausweg aus einem Labyrinth . . . . .	430
7.6.2	Suchtiefenverdopplung — eine kompetitive Strategie . . . . .	438
7.6.3	Optimalität* . . . . .	442
7.6.4	Suchen in einfachen Polygonen . . . . .	448
7.7	Inzidenzen . . . . .	457
7.7.1	Kreuzungszahl und Satz von Szemerédi-Trotter . . . . .	458
7.7.2	Satz von Sylvester . . . . .	460
7.7.3	Verbindungen von Geraden im Raum* . . . . .	460
	Lösungen der Übungsaufgaben . . . . .	467
	Literatur . . . . .	485
	<b>Index . . . . .</b>	<b>491</b>