

## Übungsblatt 9

### Aufgabe 9.1

- (a) Es sei  $A$  ein beliebiger deterministischer Online-Algorithmus für das Economical-Caching-Problem. Geben Sie einen Online-Algorithmus  $B$  an, der nach einem Schritt der Form  $\binom{\varphi}{1}$  stets ein leeres Lager besitzt und dessen Kosten auf keiner Eingabe größer als die Kosten von Algorithmus  $A$  sind.
- (b) Beweisen Sie: Es gibt keinen randomisierten Online-Algorithmus für das Economical-Caching-Problem, der einen kompetitiven Faktor kleiner als  $\frac{\sqrt{\varphi}+1}{2}$  erreicht.

### Aufgabe 9.2

Wir betrachten eine Variante von One-Way-Trading, bei der man am Anfang unbegrenzt viele Euro besitzt, von denen man beliebig viele zum aktuellen Wechselkurs in Dollar tauschen kann. Ziel ist es, am Ende mindestens einen Dollar zu besitzen. Ist die Sequenz vorbei und man besitzt weniger als einen Dollar, dann werden noch so viele Euro zum Kurs  $m$  getauscht, bis man insgesamt einen Dollar besitzt. Die Kosten eines Algorithmus entsprechen der Anzahl investierter Euro, d. h. es handelt sich um ein Minimierungsproblem.

Wir nehmen an, dass das Intervall  $[m, M]$ , aus dem die Wechselkurse stammen, bekannt ist. Geben Sie einen optimalen deterministischen Online-Algorithmus für diese Variante des One-Way-Tradings an.

### Aufgabe 9.3

Beweisen Sie Theorem 5.13 aus der Vorlesung für allgemeine Lagerfunktionen  $f : [1, \varphi] \rightarrow [0, 1]$ , indem Sie den Beweis aus der Vorlesung entsprechend modifizieren.