

Übungsblatt 2

Aufgabe 2.1

Beweisen Sie die folgenden drei Aussagen über Paging-Algorithmen:

- (a) LIFO ist kein Markierungsalgorithmus.
- (b) FIFO ist kein Markierungsalgorithmus.
- (c) FIFO ist k -kompetitiv.

Aufgabe 2.2

Sei A ein Markierungsalgorithmus für einen Cache der Größe k . Wir wollen die durch A verursachten Kosten mit den Kosten eines optimalen Paging-Algorithmus, dem nur ein Cache der Größe $h \leq k$ zur Verfügung steht, vergleichen. Zeigen Sie, dass für eine geeignete Konstante τ

$$w_A(\sigma) \leq \frac{k}{k-h+1} \cdot \text{OPT}_h(\sigma) + \tau$$

für alle Sequenzen σ gilt.

Aufgabe 2.3

Betrachtet werde folgendes Listenproblem: Eine Anfragesequenz σ auf Listenelemente, die in einer unsortierten linearen Liste gehalten werden, soll bedient werden. Bei einem Zugriff auf ein Listenelement an i -ter Stelle entstehen Kosten in Höhe von i , die von der Position des Elements in der Liste abhängen. Das angefragte Element kann nach seiner Anfrage an eine beliebige Position weiter vorne in der Liste bewegt werden (*gratis Austausch*), ohne dass dadurch Kosten entstehen. Außerdem ist es mit *bezahlten Austauschen* möglich, nach jeder Anfrage beliebig viele benachbarte Elemente zu vertauschen, wobei für jeden Tausch Kosten 1 entstehen. Der Algorithmus Move-To-Front (MTF) bewegt bei jeder Anfrage das angefragte Element an den Anfang der Liste. Beweisen Sie, dass MTF 2-kompetitiv ist.

Hinweis: Wählen Sie als Potentialfunktion Φ die Anzahl der Inversionen in der Liste, wobei eine Inversion ein geordnetes Paar (x, y) von Listenelementen ist, so dass x vor y in der Liste von OPT und hinter y in der Liste von MTF steht.

Aufgabe 2.4

Wir betrachten erneut das Listenproblem aus Aufgabe 2.3: Beweisen Sie, dass jeder deterministische Online-Algorithmus A für das Listenproblem mindestens 2-kompetitiv ist.