Institut für Informatik
Prof. Dr. Heiko Röglin
Anna Großwendt

Online-Algorithmen
Sommersemester 2018

Übungsblatt 10

Aufgabe 10.1

(a) Zeigen Sie: Es existiert kein Online-Algorithmus für das Scheduling-Problem mit identischen Maschinen und einer beliebigen Maschinenzahl $m \in \mathbb{N}$ mit kompetitivem Faktor kleiner als $3/2$. Insbesondere ist Least-Loaded der optimale Online-Algorithmus mit zwei Maschinen.

(b) Beweisen Sie, dass es keinen Online-Algorithmus für das Scheduling-Problem mit drei identischen Maschinen gibt, der einen kompetitiven Faktor kleiner als $5/3$ besitzt.

Aufgabe 10.2

Beweisen Sie, dass bereits das Offline-Scheduling-Problem mit identischen Maschinen NP-schwer ist.

Aufgabe 10.3

Sei A die Least-Loaded-Variante für Online-Scheduling mit Maschinengeschwindigkeiten, die einen Job j der Maschine m zuweist, sodass der Makespan nach Ausführung von Job j so klein wie möglich ist. Zeigen Sie, dass der kompetitive Faktor dieses Algorithmus $\Omega(\log m)$ beträgt, wobei m die Anzahl der Maschinen bezeichnet.

Aufgabe 10.4

Sei $\epsilon > 0$ gegeben. Betrachten Sie den folgenden Algorithmus für Scheduling:

1. Ein Orakel verrät uns den Wert des optimalen Makespans, den wir Z nennen.
2. Wir weisen zunächst die großen Jobs zu, d. h. die Jobs $\{1 \leq i \leq n : p_i > \epsilon Z\}$.
   - Wir skalieren und runden die Größen dieser Jobs, d. h. wir setzen $p_i' = \lceil \frac{p_i}{\epsilon^2 Z} \rceil$.
   - Wir berechnen einen Schedule bzgl. der Jobgrößen p_i' mit Makespan höchstens $Z' = \lfloor (1+\epsilon)\frac{1}{\epsilon^2} \rfloor$.
3. Jetzt weisen wir die kleinen Jobs zu, d.h. die Jobs $\{1 \leq i \leq n : p_i \leq \epsilon Z\}$. Wir verteilen diese Jobs mittels der LL-Heuristik auf das durch die großen Jobs entstandene Lastgebirge.

Beweisen Sie: Der skizzierte Algorithmus liefert eine $(1+\epsilon)$-Approximation für den minimalen Makespan.

Hinweis: Zeigen Sie zunächst, dass der Schedule aus Schritt 2 mit den Ursprungsjobs eine $(1+\epsilon)$-Approximation liefert.