Algorithmen und
Berechnungskomplexität I
Wintersemester 2016/17

Besprechung: 43. KW

Prof. Dr. Heiko Röglin
Clemens Rösner
Institut für Informatik

Präsenzblatt

Aufgabe 1:

Seien $f\colon \mathbb{N} \to \mathbb{R}_{>0}$ und $g\colon \mathbb{N} \to \mathbb{R}_{>0}$ zwei Funktionen. Beweisen oder widerlegen Sie folgende Aussagen.

(a) $f(n) + g(n) = \Theta(\max\{f(n), g(n)\})$

(b) Sei $f(n) = O(h(n))$ und $g(n) = O(h(n))$ für eine Funktion $h\colon \mathbb{N} \to \mathbb{R}_{>0}$. Dann gilt $f(n) + g(n) = O(h(n))$.

(c) Wenn $f(n) = O(g(n))$, dann gilt:

  (I) $2^{f(n)} = O(2^{g(n)})$

  (II) $f(n) + g(n) = \Theta(g(n))$

  (III) $\forall k > 0\colon f(n)^k = O(g(n)^k)$

  (IV) Wenn nicht $f(n) = o(g(n))$ gilt, dann ist $f(n) = \Theta(g(n))$.

(d) Wenn nicht $f(n) = \Omega(g(n))$ gilt, so ist $f(n) = O(g(n))$.

(e) Wenn $f(n) = o(g(n))$ gilt, dann gilt auch $f(n) = O(g(n))$.

Aufgabe 2:

Finden Sie für die folgenden Funktionen f_i eine möglichst einfache Funktion g_i, sodass $f_i = \Theta(g_i)$ gilt.

(a) $f_1(n) = n^{18} + e^n$

(b) $f_2(n) = \log_2(25n + 175)$

(c) $f_3(n) = \frac{1}{n^2} + 3.5$

(d) $f_4(n) = \log_2(\log_2(n + 7))$

Aufgabe 3:

Ein Schachclub, in dem eine komplette Rangliste seiner n Spieler existiert, nimmt einen neuen Spieler auf.

(a) Geben Sie eine Methode an, um mit möglichst wenigen Spielen herauszufinden, wo der neue Spieler in der Rangliste einzuordnen ist. Wir nehmen dabei an, dass stets der bessere Spieler gewinnt und dass es keine zwei gleich guten Spieler gibt (d. h. es gibt kein Remis).

(b) Bestimmen Sie, wie viele Spiele bei Anwendung Ihrer Methode im schlechtesten Fall benötigt werden.

Aufgabe 4:

Gegeben sei ein Feld mit $n \geq 3$ paarweise verschiedenen Zahlen. Geben Sie für jeden der folgenden Fälle eine Methode an, die mit möglichst wenigen Vergleichen das k-t kleinste Element des Feldes bestimmt.

(a) für $k = 3$

(b) falls $k \in \{1, \ldots, n\}$ Teil der Eingabe ist