Algorithmen und Berechnungskomplexität I, WS 12/13
Aufgabenblatt 6
Universität Bonn, Institut für Informatik, Abteilung I

- *Die Lösungen können bis Dienstag, 27.11., 12:15 Uhr in den Postkasten im AVZ III eingeworfen werden.*

Aufgabe 21: Aufbau eines AVL-Baums (4 Punkte)

Geben Sie den AVL-Baum an, der durch sukzessives Einfügen der Schlüsselfolge

$$4, 5, 7, 2, 1, 3, 6$$

in einen anfangs leeren Baum entsteht.

Dokumentieren Sie dabei auch die Zwischenergebnisse und die durchgeführten Umstrukturierungen.

Aufgabe 22: Höhe eines AVL-Baums (4 Punkte)

Gibt es einen AVL-Baum der Höhe 9 mit 100 Knoten? Beweisen Sie Ihre Aussage!

Aufgabe 23: Suchbäume (4 Punkte)

Sei v ein Knoten eines binären Suchbaums T. Der in v gespeicherte Schlüssel sei k. Angenommen, v hat in T zwei echte Unterbäume. Zeigen Sie, dass der Knoten w, der den bezüglich k nächstgrößeren Schlüssel enthält, mindestens ein Blatt als Unterbaum hat.

Bitte wenden!

Aufgabe 24: Klammerausdrücke (4 Punkte)

Betrachten wir die Menge der Zeichenketten über dem Alphabet $\{(,)\}$, also alle Zeichenketten, die nur aus den beiden Klammerzeichen (und) bestehen. Eine solche Zeichenkette z der Länge $2n$ heißt *zulässige Klammerung*, falls z aus genau n öffnenden und n schließenden Klammern besteht, und gleichzeitig jeder Präfix (Anfangsabschnitt) von z mindestens so viele öffnende wie schließende Klammersymbole enthält. Diese Definition entspricht der intuitiven; so ist z.B. `()` zulässig geklammert, nicht jedoch `)(` – hier stimmt zwar die Anzahl der beiden Klammerarten, jedoch enthält der Präfix `)` mehr schließende als öffnende Klammern. Analog ist `()(()((())()))` zulässig geklammert, aber `())(()` nicht. Betrachten wir weiter die Menge der *vollen Binärbäume*. Ein voller Binärbaum ist ein Binärbaum, bei dem jeder innere Knoten genau zwei Kinder hat.

Nun zur Aufgabe. Zeigen Sie, dass folgende zwei Mengen gleichmächtig sind:

1. Die Menge aller zulässigen Klammerungen der Länge $2n$,
2. die Menge aller vollen Binärbäume mit n inneren Knoten

Gleichmächtigkeit von Mengen kann man zeigen, indem man eine Bijektion zwischen den beiden Mengen angibt. Eine solche Bijektion kann beispielsweise durch einen Algorithmus beschrieben werden, der jedem Klammerausdruck eineindeutig einen Binärbaum zuordnet, oder umgekehrt.